INF623

2024/1

UFV

Inteligência Artificial

A13: Representação do conhecimento III

Plano de aula

- Regras de inferência e prova de teoremas
  - Modus Ponens
  - Contraposição
  - Eliminação do E, Dupla negativa, implicação, bicondicional
  - De Morgan
  - Distributiva
- Forma normal conjuntiva
- Inferência por resolução

UFV

Regras de inferência

A complexidade do algoritmo de inferência por verificação de modelo é $O(2^n)$, portanto ele é prático apenas para um número pequeno de símbolos.

- Ao invés de enumerar e verificar todos modelos, podemos aplicar **regras de inferência** na base de conhecimento para concluir $BC \models \alpha$
  - Modus Ponens
  - Eliminação do E, Dupla negativa, implicação, bicondicional
  - De Morgan
  - Distributiva

Modus Ponens

Se sabemos que uma implicação e seu antecedente são verdadeiros, então o consequente também é verdadeiro

$$\frac{\alpha \Rightarrow \beta \qquad \alpha}{\beta}\ \textbf{Modus ponens}$$

$\alpha \Rightarrow \beta$ "Se estiver chovendo, Lucas vai estudar"

α "Está chovendo"

Modus ponens

β "Lucas vai estudar"

Contraposição

Se sabemos que uma implicação é verdadeira, então a sua contrapositiva também é verdadeira.

α	β	$\alpha \Rightarrow \beta$
F	F	V
F	V	V
V	F	F
V	V	V

"Se estiver chovendo, Lucas vai estudar"

$$\frac{\alpha \Rightarrow \beta}{\neg\beta \Rightarrow \neg\alpha}\ \textbf{Contraposição}$$

$\neg\beta$	$\neg\alpha$	$\neg\beta \Rightarrow \neg\alpha$
V	V	V
F	V	V
V	F	F
F	F	V

"Se não estiver chovendo, Lucas não vai estudar"

Eliminação do E

Se uma proposição E for verdadeira, então qualquer proposição atômica dentro dela também será verdadeira.

$$\frac{\alpha \land \beta}{\begin{array}{c}\alpha \\ \beta\end{array}} \ \textbf{Eliminação do E}$$

$\alpha \land \beta$ — "Lucas é colega de Carlos e Marcos"

α — "Lucas é colega de Carlos"

β — "Lucas é colega de Marcos"

UFV

Eliminação de dupla negativa

Uma proposição que é negada duas vezes é verdadeira.

"Não é verdade que Lucas não passou no teste"

$$\frac{\neg(\neg\alpha)}{\alpha} \quad \textbf{Eliminação de dupla negativa}$$

"Lucas passou no teste"

Eliminação de implicação

Uma implicação é equivalente a uma relação OU entre o antecedente negado e o consequente

"Se estiver chovendo, então Lucas vai estudar"

α	β	$\alpha \Rightarrow \beta$
F	F	V
F	V	V
V	F	F
V	V	V

$$\frac{\alpha \Rightarrow \beta}{\neg \alpha \vee \beta} \quad \textbf{Eliminação de implicação}$$

"Não está chovendo" ou "Lucas vai estudar"

Eliminação de bicondicional

Uma proposição bicondicional é equivalente a uma implicação e seu inverso com um conectivo E.

"Está chovendo se e somente se Lucas vai estudar"

α	β	$\alpha \Leftrightarrow \beta$
F	F	V
F	V	F
V	F	F
V	V	V

$$\frac{\alpha \Leftrightarrow \beta}{(\alpha \Rightarrow \beta) \wedge (\beta \Rightarrow \alpha)}$$ **Eliminação de bicondicional**

"Se estiver chovendo, então Lucas vai estudar"

"Se Lucas vai estudar, então está chovendo"

De Morgan

Transformar um conectivo $\wedge$ (e) em um conectivo $\vee$ (ou)

"Não é verdade que tanto Lucas quanto Carlos passaram no teste"

$$\frac{\neg(\alpha \wedge \beta)}{\neg\alpha \vee \neg\beta}\ \textbf{De Morgan}$$

"Lucas não passou no teste ou Carlos não passou no teste"

UFV

De Morgan

Transformar um conectivo ∨ (ou) em um conectivo ∧ (e)

"Não é verdade que Lucas ou Carlos passaram no teste"

$$\frac{\neg(\alpha \lor \beta)}{\neg\alpha \land \neg\beta} \quad \textbf{De Morgan}$$

"Lucas não passou no teste e Carlos não passou no teste"

Distributiva

Uma proposição com dois elementos agrupados com conectivos E ou OU
pode ser distribuída ou dividida em unidades menores consistindo de E e OU.

$$\text{Distributiva} \quad \frac{(\alpha \land (\beta \lor \gamma))}{(\alpha \land \beta) \lor (\alpha \land \gamma)} \qquad \frac{(\alpha \lor (\beta \land \gamma))}{(\alpha \lor \beta) \land (\alpha \lor \gamma)} \quad \text{Distributiva}$$

UFV

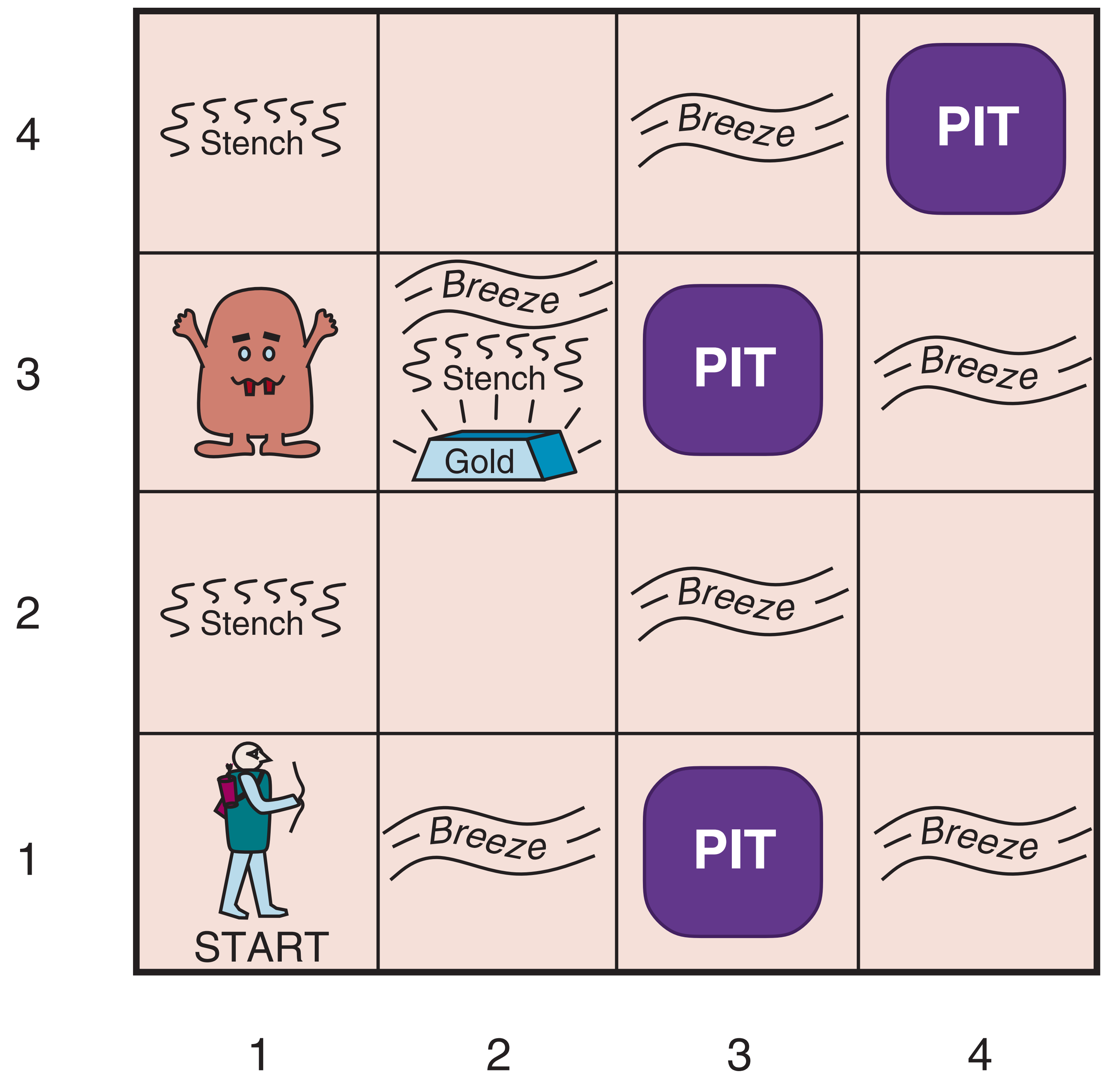
Prova de teorema como problema de busca

Prova de teorema é um outro método para inferência lógica. Ao invés de enumerar todos os modelos, a inferência é modelada por busca no espaço de estados:

- Estado inicial: BC inicial
- Ações: regras de inferência
- Modelo de transição: novas sentenças geradas com as aplicações das regras
- Estado final: estado com a sentença (consulta) que queremos provar
- Custo do caminho: número de passos da prova

Exemplo 3: o mundo de wumpus

O **mundo de wumpus** é um jogo onde o objetivo é fugir de uma caverna com uma pedra de ouro



Ambiente

- A posição de entrada e saída da caverna é sempre [1,1]
- A posição do wumpus e da pedra de ouro são escolhidas aleatoriamente
- Cada uma das outras posições podem ter um poço, com probabilidade 0,2
- As posições adjacentes de um poço possuem uma briza
- As posições adjacentes do wumpus possuem um mal cheiro

Agente

- Pode andar para frente, virar à esquerda ou à direita
- Pode deixar a caverna sem a pedra de ouro
- Possui uma única flecha que pode atirar na direção do wumpus para matá-lo
- Não conhece a posição do wumpus e dos poços

Exemplo 3: o mundo de wumpus

Símbolos Proposicionais

Para cada localização (x, y):

- $P_{x,y}$ é verdadeiro se existe poço em (x, y)
- $W_{x,y}$ é verdadeiro se existe um wumpus em (x, y)
- $B_{x,y}$ é verdadeiro se existe uma briza em (x, y)
- $S_{x,y}$ é verdadeiro se existe um mal cheiro em (x, y)
- $L_{x,y}$ é verdadeiro se o agente está na posição (x, y)

Base de conhecimento (inicial)

- $L_{1,1}$ – A posição inicial do agente é $(1,1)$
- $\neg P_{1,1}$ – Não existe um poço em $(1,1)$
- $B_{1,1} \Leftrightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1})$
- $B_{2,1} \Leftrightarrow (P_{1,1} \vee P_{2,2} \vee P_{3,1})$

  ... declarar $B_{i,j}$ para cada posição (i, j)
- $S_{1,1} \Leftrightarrow (W_{1,2} \vee W_{2,1})$
- $S_{2,1} \Leftrightarrow (W_{1,1} \vee W_{2,2} \vee W_{3,1})$

  ... declarar $S_{i,j}$ para cada posição (i, j)

Após a visita de (1,1):

- $\neg B_{1,1}$ – Não existe uma briza em $(1,1)$

UFV

Exemplo 3: o mundo de wumpus

Consulta

Existe poço em $P_{2,1}$?

$$B_{1,1} \Leftrightarrow (P_{1,2} \lor P_{2,1})$$

Eliminação de bicondicional

$$(B_{1,1} \Rightarrow (P_{1,2} \lor P_{2,1})) \land ((P_{1,2} \lor P_{2,1}) \Rightarrow B_{1,1})$$

Eliminação de E

$$((P_{1,2} \lor P_{2,1}) \Rightarrow B_{1,1})$$

Contrapositiva

$$(\neg B_{1,1} \Rightarrow \neg(P_{1,2} \lor P_{2,1}))$$

Modus Ponens e $(\neg B_{1,1})$

$$\neg(P_{1,2} \lor P_{2,1})$$

De Morgan

$$\neg P_{1,2} \land \neg P_{2,1}$$

UFV

Prova por resolução

O método de prova de teorema pode não ser completo, mesmo se utilizarmos um algoritmo de busca completo.

- Pode não haver uma sequência de regras de inferência que produzam, a partir da base de conhecimento, a sentença que queremos provar
  - Por exemplo, sem a regra de eliminação de bicondicional, não conseguiríamos provar o teorema do Exemplo 3
- **Resolução** é uma **regra de inferência** que pode ser utilizada para criar um método de prova de teoremas **completo**!

Resolução

Se uma das duas proposições em uma proposição OU é falsa, a outra tem que ser verdadeira

$\alpha \vee \beta$	"Lucas está no PVA ou Marcos está no PVB"
$\neg\alpha$	"Lucas não está no PVA"
	Resolução
β	"Marcos está no PVB"

UFV

Resolução de cláusulas

A resolução pode ser generalizada para cláusulas com n símbolos.
Onde uma **cláusula** é uma disjunção (OUs) de **literais**

$$\alpha \vee \beta_1 \vee \beta_2 \vee \ldots \vee \beta_n$$

Literais são símbolos proposicionais com ou sem negação (e.g, P, $\neg Q$)

$$\neg\alpha$$

Resolução

$$\beta_1 \vee \beta_2 \vee \ldots \vee \beta_n$$

UFV

Resolução

Se uma das duas proposições em uma proposição OU é falsa,
a outra tem que ser verdadeira

$\alpha \vee \beta$	"Lucas está no PVA ou Marcos está no PVB"
$\neg\alpha \vee \gamma$	"Lucas não está no PVA ou Carlos está LBI"
	Resolução
$\beta \vee \gamma$	"Marcos está na PVB ou Carlos está no LBI"

UFV

Resolução de cláusulas

A resolução pode ser generalizada para cláusulas com n símbolos.
Onde uma **cláusula** é uma sentença de **literais** conectados por OUs

$$\frac{\alpha \lor \beta_1 \lor \beta_2 \lor \ldots \lor \beta_n \qquad \neg\alpha \lor \gamma_1 \lor \gamma_2 \lor \ldots \lor \gamma_m}{\beta_1 \lor \beta_2 \lor \ldots \lor \beta_n \lor \gamma_1 \lor \gamma_2 \lor \ldots \lor \gamma_m}\ \textbf{Resolução}$$

UFV

Forma normal conjuntiva

Para estar na **forma normal conjuntiva (FNC)**, uma sentença lógica deve ser estruturada como uma conjunção (Es) de cláusulas, por exemplo:

$$(A \vee B \vee C) \wedge (D \vee \neg E) \wedge (F \vee G)$$

É possível converter qualquer sentença lógica para **FNC** usando regras de inferências:

- Eliminar bicondicionais – $\alpha \Leftrightarrow \beta$ em $(\alpha \Rightarrow \beta) \wedge (\beta \Rightarrow \alpha)$
- Eliminar implicações – $\alpha \Rightarrow \beta$ em $\neg\alpha \vee \beta$
- Move $\neg$ para dentro usando De Morgan – $\neg(\alpha \wedge \beta)$ em $\neg\alpha \vee \neg\beta$
- Usar distributiva para distribuir $\vee$ sempre que possível

Exemplo 4: forma normal conjuntiva

$$(P \vee Q) \Rightarrow R$$

Eliminação de implicação

$$\neg(P \vee Q) \vee R$$

De Morgan

$$(\neg P \wedge \neg Q) \vee R$$

Distributiva

$$(\neg P \vee R) \wedge (\neg Q \vee R)$$

Inferência por resolução

Uma vez que temos sentenças na forma normal conjuntiva, podemos aplicar o algoritmo de inferência por resolução para provar $BC \vDash \alpha$:

- Para determinar se $BC \vDash \alpha$, verificamos se $(BC \wedge \neg\alpha)$ é uma contradição!

  1. Converter $(BC \wedge \neg\alpha)$ para sua forma normal conjuntiva
  2. Aplicar resolução para produzir novas cláusulas
  3. Se nesse processo produzirmos uma cláusula vazia
     - Então $(BC \wedge \neg\alpha)$ é uma contradição e portanto $BC \vDash \alpha$
  4. Se não, α não é uma consequência lógica de BC

Inferência por resolução

$$(A \lor B) \land (\neg B \lor C) \land (\neg C) \vDash A?$$

$$(A \lor B) \land (\neg B \lor C) \land (\neg C) \land \neg A$$

$$(A \lor B) \quad \underline{(\neg B \lor C)} \quad (\underline{\neg C}) \quad (\neg A)$$

$$\underline{(A \lor B)} \quad (\neg B \lor C) \quad (\neg C) \quad (\neg A) \quad (\underline{\neg B})$$

$$(A \lor B) \quad (\neg B \lor C) \quad (\neg C) \quad (\underline{\neg A}) \quad (\neg B) \quad \underline{(A)}$$

$$(A \lor B) \quad (\neg B \lor C) \quad (\neg C) \quad (\neg A) \quad (\neg B) \quad (A) \quad \underline{()}$$

Contradição!

UFV

Inferência por resolução

```
def inferencia-resolucao(BC, alpha):
    clauses = set(fnc(BC and not alpha))
    new = {}
    while True:
        for (c_i, c_j) in pair-clauses(clauses):
            resolvents = resolution(c_i, c_j)
            if [] in resolvents:
                return True
            new = clauses | resolvents
        if new == clauses:
            return False
        clauses = clauses | new
```

Próxima aula

A14: Raciocínio Probabilístico I

Variáveis aleatórias, probabilidades, distribuições, probabilidades condicionais, probabilidades conjuntas, regras de probabilidade, teorema de Bayes